



**МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-  
ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ  
(государственный университет)**

**МЕЖВУЗОВСКИЙ ЦЕНТР  
ВОСПИТАНИЯ И РАЗВИТИЯ  
ТАЛАНТЛИВОЙ МОЛОДЕЖИ В  
ОБЛАСТИ ЕСТЕСТВЕННО-  
МАТЕМАТИЧЕСКИХ НАУК  
«ФИЗТЕХ-ЦЕНТР»**

**Конкурс абитуриентов 2012/2013 года по  
решению задач «Конкурс – 68».  
Часть I. Тригонометрия.**

**СБОРНИК МЕТОДИЧЕСКИХ МАТЕРИАЛОВ**

Москва 2012

# Анкета участника заочной олимпиады

(заполняется Заглавными печатными буквами по образцу внизу страницы)

Регистрационный  
Номер\*

Фамилия

Имя

Отчество

Класс   Номер учебного заведения

Тип учебного заведения Школа  Лицей  Гимназия  Центр образования  Другое

## 1. Домашний адрес:

Индекс       Номер региона

Область

Район

Город

Улица

Дом     Корпус     Квартира

Телефонный код города **8** -       Номер телефона

Дата рождения   -   -

Личный E-mail:

## 2. Оценки решенных задач (математика + физика) :

ВНИМАНИЕ! В связи с машинной обработкой просьба использовать **ЧЕРНУЮ ГЕЛЕВУЮ РУЧКУ**. Заполнять **ЗАГЛАВНЫМИ ПЕЧАТНЫМИ БУКВАМИ** по следующим образцам:

А	Б	В	Г	Д	Е	Ж	З	И	Й	К	Л	М	Н	О	П
Р	С	Т	У	Ф	Х	Ц	Ч	Ш	Щ	Ъ	Ы	Ь	Э	Ю	Я
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	,	.	-	;	/	"

Номер региона: Белоруссия – 101, Украина – 102, Казахстан – 103, Молдавия -106

\*Регистрационный номер – номер вашей записи на сайте [www.abitu.ru](http://www.abitu.ru) (для ранее участвовавших в мероприятиях «Физтех-Центра» (МФТИ))



## «Конкурс – 68»

### Историческая справка

Межвузовский «Физтех-центр» МФТИ ежегодно проводит несколько конкурсов абитуриентов по решению задач вступительных испытаний МФТИ разных лет. Анализ состава конкурсантов и отклики на него позволили организаторам конкурса сделать вывод о том, что не только конкурс как соревнование привлекает к себе внимание, но и состав конкурсных задач, представленных в том же самом формате, как и много лет назад. Большое количество задач не должно смущать участников конкурса. Такой приём даёт возможность представить богатую палитру созданных преподавателями МФТИ задач и помочь будущим абитуриентам сориентироваться в своем выборе.

На основе анализа приема первокурсников и их текущей успеваемости наши методисты (преподаватели кафедры высшей математики МФТИ), сделали вывод о том, что в многие абитуриенты слабо владеют аппаратом тригонометрии. По этой причине мы предлагаем вам потренироваться в решении тригонометрических задач.

С условиями задач можно познакомиться на портале [www.abitu.ru](http://www.abitu.ru), а также они рассылаются учащимся и учителям, включенным в сферу интересов МФТИ.

Решения задач должны быть отсланы по адресу: 141700, Московская обл., г.Долгопрудный, Институтский пер., д. 9, МФТИ, «Физтех-Центр», «Конкурс – 68» – не позднее 15 декабря 2012 года (по почтовому штемпелю) простым письмом без объявленной ценности. Иные варианты почтового отправления оргкомитетом приниматься не будут.

По мере прохождения проверки результаты олимпиады будут представлены на Интернет-Портале «Абитуриент» [www.abitu.ru](http://www.abitu.ru).



## Правила оформления

Решения задач по математике и физике должны быть представлены в одной тетради, на обложке которой выписаны домашний адрес и Ф.И.О. Анкету участника надо заполнить печатными буквами и вложить в тетрадь (обратите внимание на указания внизу анкеты).

На 1-ой странице тетради необходимо написать ответы ко всем решённым задачам с сохранением порядка их следования и нумерации в условии. Каждый ответ выписывается на одной строке. Ответы пишутся через строку. Если задача не решена, ставится номер задачи и прочерк.

Задачи пишутся в том порядке, в котором они даны в условии. Каждое решение начинается с новой страницы. Если задача не решена, следует оставить пустую страницу с номером задачи. **Небрежно оформленные работы жюри не рассматриваются.**

Тетрадь вкладывается в конверт и отсылается по почте простым письмом без объявленной ценности (без уведомления о получении). **Решения, отправленные по почте иным образом, жюри не рассматриваются.**

## Правила заполнения анкет

Перед заполнением обратите внимание на указания внизу анкеты. Помните, что все анкеты распознаются автоматизировано. Форма заполняется печатными буквами. Желательно использовать чёрную гелевую ручку. Нельзя использовать карандаш и ручки другого цвета (анкета не будет корректно распознана). **Точки, тире, запятые и другие знаки пишутся в отдельных клеточках и считаются отдельным символом.**



## Тригонометрия

Для всех задач необходимо вычислить не только точный ответ, но и **приближенный**, в виде десятичной дроби, с точностью до 2 знака после запятой. При вычислении приближенного значения можно пользоваться калькулятором.

**M1.** Решить уравнение  $\operatorname{tg} x - \operatorname{tg} 3x = \frac{8}{\sin 2x}$ ,  $x \in [0, \pi]$

**M2.** Решить уравнение  $\cos x - 2 \cos 3x + \cos 5x = \operatorname{tg} x \cos 3x$ ,  $x \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$

**M3.** Решить уравнение  $\sqrt{\cos 2x} = 1 + 2 \sin x$ ,  $x \in [0, \pi]$

**M4.** Решить уравнение  $\cos x \sqrt{3 - \operatorname{tg} x} = \sin x \sqrt{1 - \operatorname{ctg} x}$ ,  $x \in [0, 2\pi]$

**M5.** Решить уравнение  $\sqrt{3 \sin^2 x - 2} = 3 \cos x - 1$ ,  $x \in [-\pi, \pi]$

**M6.** Решить уравнение  $\sqrt{2 \cos x - \sin x} = \operatorname{ctg} x \sqrt{\sin x}$ ,  $x \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$

**M7.** Решить систему уравнений

$$\begin{cases} \cos 2x - 2 \operatorname{tg}^4 y = -4 \\ \sin x + \frac{1}{\cos^2 y} = 3 \end{cases}, x \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right], y \in \left[\frac{\pi}{2}, \pi\right]$$

**M8.** Решить систему уравнений

$$\begin{cases} \operatorname{ctg}^4 2x + 32 \sin^2 y = 55 \\ \frac{1}{\sin^2 2x} - 4 \cos y = 5 \end{cases}, x \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right], y \in [\pi, 2\pi]$$

**M9.** Решить уравнение  $\sqrt{\sin 3x - \sin x} = \frac{\sin x}{\sqrt{3}}$ ,  $x \in \left[\frac{\pi}{2}, \pi\right]$



**M10.** Решить уравнение  $\sqrt{6(\operatorname{tg} x + \operatorname{ctg} 2x)} = \frac{1}{\sin x}$ ,  $x \in [0, 2\pi]$

**M11.** Решить уравнение  $\sqrt{8 \sin x + \frac{13}{3}} = 2 \cos x + 2 \operatorname{tg} x$ ,  $x \in [0, 2\pi]$

**M12.** Решить уравнение  $\sqrt{5 \operatorname{tg} x + 10} = \frac{5}{2} \sin x + \frac{1}{\cos x}$ ,  $x \in [0, \pi]$

**M13.** Числа  $(-\sin x)$ ,  $4 \sin x \operatorname{ctg} 2x$ ,  $\cos x$  являются членами арифметической прогрессии с номерами  $k, k+1, k+2$ ,  $a_7 = \frac{1}{5}$ . Найти  $x, k$ , разность арифметической прогрессии  $d$  и  $a_1$  при  $x \in \left[\frac{\pi}{2}, \pi\right]$

**M14.** Решить уравнение  $\log_4 \left( \cos 2x - \frac{1}{10} \right) + 1 = \log_2 \operatorname{tg} x$ ,  $x \in [-\pi, \pi]$

**M15.** Решить уравнение  $\log_{125} (\sin 2x - \sin x) + \frac{1}{3} = \log_5 (-2 \sin x)$ ,  $x \in [\pi, 2\pi]$

**M16.** Решить уравнение  $\operatorname{arctg} 3x = \arccos 8x$

**M17.** Решить уравнение  $2 \cdot \arcsin 2x = \arccos 7x$

**M18.** Решить систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{\log_2 (8x^2 + 8)} = \log_{\sqrt{2}} (x^2 + x) \\ \cos x < \operatorname{tg} 3x \end{cases}$$

**M19.** Решить систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{\log_{4x^2-x} 5} \cdot \log_5 \left( \frac{25}{4x^2-x} \right) = 1 \\ \sin x < \operatorname{ctg} 2x \end{cases}$$



**M20.** Решить систему уравнений

$$\begin{cases} 10 \cos 2x - 2 = 7 \cos x \cos 2y \\ \sin x = \sqrt{\cos x} \sin y \end{cases}, \quad x \in (0, \pi), \quad y \in (\pi, 2\pi)$$

**M21.** Решить систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{2 \operatorname{tg} x - 4 \operatorname{ctg} x} = 3 \operatorname{tg} y \\ \sqrt{2 \sin 2x} = \frac{4}{3} \sin x \cos y \end{cases}, \quad x \in (\pi, 2\pi), \quad y \in (-\pi, 0)$$

**M22.** Решить уравнение  $\sin 3x + |\sin x| = \sin 2x, \quad x \in [0, \pi]$

**M23.** Решить уравнение  $\sin 3x - |\sin x| = \sin 2x, \quad x \in (0, 2\pi)$

**M24.** Решить уравнение  $\frac{\sin 6x}{\sin x + \cos x} = \frac{\cos 6x}{\cos x - \sin x}, \quad x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$



**ИНФОРМАЦИОННАЯ СПРАВКА:  
МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ  
(государственный университет)**

1. Юридический адрес: 117303, г. Москва, ул. Керченская, д. 1а, кор. 1; Почтовый адрес: 141700, Московская обл., г. Долгопрудный, Институтский пер., 9.

2. Телефоны: ректорат – (495) 408-74-27, (499) 231-33-00; приемная комиссия – (495) 408-48-00; «Физтех-центр» – (495) 408-64-36, (499) 231-34-00.

3. Проезд до МФТИ:

- Электропоездом Савеловского направления от Савеловского вокзала или платформы «Тимирязевская» до платформ «Новодачная» или «Долгопрудная», далее пешком до МФТИ;

- Автобусом №368 или маршрутным такси №368 от станции метро «Речной вокзал» до остановки «Платформа Долгопрудная», далее пешком до МФТИ;

- Маршрутным такси №545 от станции метро «Алтуфьево» до остановки «МФТИ».

4. Форма обучения – только дневная. Обучение бесплатное – в рамках плана приёма, платное – сверх плана приёма.

5. Общежитие предоставляется всем иногородним студентам. Стипендия в два раза выше, чем в других вузах. Имеется профилакторий, спортивно-оздоровительный комплекс, бассейн, базы отдыха в Подмосковье и на Чёрном море.

6. В учебном процессе занято около 100 академиков и член-корреспондентов РАН, 600 докторов наук.

**Все формы довузовского дополнительного образования:**

Заочная физико-техническая школа при Московском физико-техническом институте (государственном университете) (сокращенно ФЗФТШ при МФТИ) ежегодно проводит набор в 8, 9, 10, 11 классы на заочное, очное и очно-заочное отделения. Обучение ведётся по единым для всех отделений дополнительным образовательным программам. Условия приёма на заочное и очно-заочное отделения, а также вступительные задания рассылаются по почте, размещаются на интернет сайте школы: [www.school.mipt.ru](http://www.school.mipt.ru) и публикуются в журналах «Юный техник», «Квант», «Потенциал» в ноябре-декабре. Срок отправки по почте решённого вступительного задания 1 марта 2013г. Телефон: (495) 408-51-45, адрес электронной почты: [zftsh@mail.mipt.ru](mailto:zftsh@mail.mipt.ru).

Межвузовский центр воспитания и развития талантливой молодежи в области естественно-математических наук «Физтех-Центр». Телефон/факс: (495) 408-64-36, (499) 231-34-00, адрес электронной почты: [abitu@phystech.edu](mailto:abitu@phystech.edu), интернет: [www.abitu.ru](http://www.abitu.ru).

**Рейтинг МФТИ.** По результатам мониторинга всех государственных вузов России по уровню зачисленных в них абитуриентов был подготовлен рейтинг по среднему баллу ЕГЭ. Московский Физико-Технический Институт занимает в этом рейтинге первое место.

**Оргкомитет физико-математических  
олимпиад МФТИ**

**Справки по телефонам:**





“Физтех-Центр”  
(тел./факс)

(495) 408-64-36  
abitu@phystech.edu

Приемная комиссия  
**План мероприятий на 2012-2013 учебный год:**

**22-я Заочная физико-математическая олимпиада МФТИ (отборочный тур).** Задание олимпиады размещается в интернете по [www.abitu.ru/olimp/zaocholimp](http://www.abitu.ru/olimp/zaocholimp) Решения необходимо выслать почтой не позднее 25 декабря 2012 года (по почтовому штемпелю).

**14-я Столичная физико-математическая олимпиада МФТИ проводится 1 и 2 декабря 2012 года (отборочный тур).** Школьники приглашаются 1 и 2 декабря в школу №1840 г. Москвы, метро «Проспект Мира», Б. Переяславская ул., 1. Справки по тел. (495)-680-41-44. [www.abitu.ru/olimp/capolimp](http://www.abitu.ru/olimp/capolimp)

**38-я Всероссийская математическая олимпиада школьников.** III этап (областной) — январь 2013 года в МФТИ. Приглашаются победители и призеры муниципального этапа по направлению. [www.abitu.ru/olimp](http://www.abitu.ru/olimp)

**46-я Всероссийская олимпиада школьников по физике.** III этап (областной) — январь 2013 года в МФТИ. Приглашаются победители и призеры муниципального этапа. [www.abitu.ru/olimp](http://www.abitu.ru/olimp)

**День открытых дверей** проводится в МФТИ 6 января 2013 года.

**52-я Выездная физико-математическая олимпиада МФТИ (отборочный тур).** Проводится с 14 января по 14 февраля 2013 года в 400 городах России и ближнего зарубежья. [www.abitu.ru/olimp/outolim](http://www.abitu.ru/olimp/outolim)

**Поступление учащихся 7-10 классов в ФФТШ.** Условия приема и вступительное задание в ФФТШ при МФТИ рассылаются в ноябре-декабре 2012 года и размещаются в интернете по адресу [www.school.mipt.ru](http://www.school.mipt.ru). Срок отправления решённого вступительного задания 1 марта 2013 года.

**52-я Традиционная физико-математическая олимпиада МФТИ.** Проводится в МФТИ 17 февраля 2013 года для школьников 9-11-х классов. [www.abitu.ru/olimp/tradicion](http://www.abitu.ru/olimp/tradicion)

**Конкурсы абитуриентов 2012/2013 года «Конкурс-68» (отборочный тур)** по математике и физике вступительных испытаний Московского физико-технического института (государственного университета) за период 1947-2012 годов. Конкурс предназначен для абитуриентов элитных ВУЗов и ВУЗов с углубленным изучением естественно-математических наук России и ближнего зарубежья. С условием задач можно ознакомиться на сайте [www.abitu.ru/olimp](http://www.abitu.ru/olimp). Решения «Конкурса-68» необходимо выслать почтой не позднее 15 декабря 2012 года (по почтовому штемпелю).



**22-я Квалификационная физико-математическая олимпиада «Физтех-2013».**

Проводится 16 марта по математике и 17 марта по физике 2013 г. Участники олимпиады «Физтех-2013», добившиеся высокого результата (90 и более баллов по 100 балльной шкале) по любому из предметов, являются победителями олимпиады. [olymp.fizteh.ru](http://olymp.fizteh.ru)

**15-ый Международный научно-технический конкурс школьников «Старт в Науку».**

Проводится 18 марта- 24 марта 2013 года. В 2012 году проживание до 350 руб./сутки. Питание школьников было бесплатным. Финансовая поддержка Конкурса частично осуществляется за счет оргвзноса участников. [www.abitu.ru/conf](http://www.abitu.ru/conf)

**День открытых дверей** проводится в МФТИ 7 апреля 2013 года.

**Курсы повышения квалификации учителей** математики и физики с 19 по 29 июня 2013 года. Справки на сайте [www.school.mipt.ru](http://www.school.mipt.ru) и по телефону очно-заочного отделения.

**Подготовительные курсы** проводятся в Москве, Долгопрудном. Очные вечерние занятия и консультации по всем разделам математики и физики для школьников, желающих усовершенствовать, расширить и систематизировать свои знания для дальнейшего обучения в престижных вузах. Занятия проводят профессора и доценты кафедр высшей математики и общей физики МФТИ [www.abitu.ru/entrance/courses.ru](http://www.abitu.ru/entrance/courses.ru)

**Приемная комиссия принимает документы у абитуриентов с 20 июня 2013 г.** Порядок работы приемной комиссии публикуется в июне на сайте [mipt.ru](http://mipt.ru) и [abitu.ru](http://abitu.ru) , тел. приемной комиссии: (495)408-48-00.

**Обращаем Ваше внимание на то, что план наших мероприятий носит ознакомительный (неофициальный) характер. Об изменениях можно узнать на сайте [www.abitu.ru](http://www.abitu.ru).**

**Посетите наши ресурсы в сети Интернет!**

- Интернет-портал «Абитуриент» [www.abitu.ru](http://www.abitu.ru)
- Проект землячества «Бакалавры физтеха» [bachelor.abitu.ru](http://bachelor.abitu.ru)
- Официальный сайт МФТИ [www.mipt.ru](http://www.mipt.ru)
- Федеральная заочная физико-техническая школа при МФТИ [www.school.mipt.ru](http://www.school.mipt.ru)
- Сайт заочных олимпиад [zaolimp.ru](http://zaolimp.ru)

**Межвузовский «Физтех-центр»:** тел./факс (495) 408-64-36, (499) 231-34-00.

**E-mail:** [abitu@phystech.edu](mailto:abitu@phystech.edu);

**Сайты:** [www.abitu.ru](http://www.abitu.ru), [www.fizteh.ru](http://www.fizteh.ru);

**Адрес:** 141700, г. Долгопрудный Московской области, Институтский пер., д. 9, МФТИ, ГК 439, «Физтех-центр».

**Приемная комиссия:** тел. (495) 408-48-00, (499) 231-35-00. Главный Корпус МФТИ.

**Федеральная заочная физико-техническая школа при МФТИ:** тел. (495) 408-51-45, Корпус Прикладной Математики МФТИ; e-mail: [zftsh@mail.mipt.ru](mailto:zftsh@mail.mipt.ru); сайт: [www.school.mipt.ru](http://www.school.mipt.ru).



Вопросы, оригинальные решения, комментарии по задачам просим сообщать жюри по адресу 141700, г. Долгопрудный, Московской области, Институтский пер., д.9, МФТИ, «Физтех-центр».

Сборник подготовили: Гузинин М.В, Костин А.А, Нуждин Д.О.,  
Плотникова О.М., Сапунов М.А., Сидорец Р.А., Сидорова И.Е., Трушин В.Б,  
Фетисова А.И., Шаров С.С, Шомполов И.Г.

Под общей редакцией Шомполова И.Г.

Материалы данной олимпиады доступны для свободного некоммерческого  
использования (при использовании ссылка на источник обязательна).

© «Московский физико-технический институт (государственный университет)»,  
2012.

Изд. лиц. ИД № 05403 от 16.07.2001. Подписано в печать 24 сентября 2012 г.  
Формат 60 x 80 <sup>1</sup>/<sub>16</sub>. Бумага офсетная. Печать офсетная. Гарнитура Таймс. Усл. печ.  
л. 4,0. Уч.-изд. л. 2,0. Тираж 9000 экз. Заказ № ф-126.

Издательство «Азбука»  
105187, Москва, ул. Кирпичная 39.